LA MATRICE INVERSA

M4045

COS'È L'INVERSO DI UN NUMERO? $\frac{1}{3}$ È INVERSO DI 3

INFATTI $3 \cdot \frac{1}{3} = 1 \rightarrow \frac{1}{3} = 3^{-1}$

LA MATRICE INVERSA È QUELLA MATRICE CHE MOLTIPLICATA PER LA MATRICE D'ORIGINE DÀ COME RISULTATO LA MATRICE UNICA I_n

$$A^{-1} \cdot A = I_n$$

TUTTE LE MATRICI QUADRATE SONO INVERTIBILI? NO

A È INVERTIBILE SOLO SE $\det A \neq 0$

INVERSA DI ORDINE 2: ESISTE UNA FORMULA:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

ESEMPIO:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 4-6 = -2$$

$$A^{-1} = -\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & +1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \longrightarrow A \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = 1 \cdot (-2) + \left(2 \cdot \frac{3}{2}\right) = -2+3 = 1$$

$$a_{12} = 1 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 1-1 = 0$$

$$a_{21} = 3 \cdot (-2) + 4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = -6+6 = 0$$

$$a_{22} = 3 + 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 3-2 = 1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ORDINE 3

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$D = \left| \begin{matrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{matrix} \right| \begin{matrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{matrix} \;:$$

$$(4) + (2) + (0) - (0) - (1) - (12) =$$

$$= 6 - 13 = -7$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -4 + 1 = -3$$

$$A_{12} = -\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -(6-1) = -5$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -3 + 2 = -1$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -(4-0) = -4$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -2 - 0 = -2$$

$$A_{23} = -\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -(1-2) = +1$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 0 = 2 \qquad A_{32} = -\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -(-1-0) = 1$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = 2 - 6 = -4$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{A_{11}}{D} & \frac{A_{21}}{D} & \frac{A_{31}}{D} \\ \frac{A_{12}}{D} & \frac{A_{22}}{D} & \frac{A_{32}}{D} \\ \frac{A_{13}}{D} & \frac{A_{23}}{D} & \frac{A_{33}}{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\frac{3}{7} & \frac{4}{7} & -\frac{2}{7} \\ \frac{5}{7} & \frac{2}{7} & -\frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{4}{7} \end{bmatrix}$$

A^{-1} = matrice dello stesso ordine in ogni elemento è quello di una TRASPOSTA diviso per il determinante. Gli elementi sono i complementi algebrici di A.

EQUAZIONE :

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ x & 3 & 3x \\ (x-2) & (x-1) & 1 \end{vmatrix} = 9-8x$$

$$\left|\begin{array}{ccc} 2 & 2 & 1 \\ x & 3 & 3x \\ x-2 & x-1 & 1 \end{array}\right| \begin{array}{cc} 2 & 2 \\ x & 3 \\ x-2 & x-1 \end{array} =$$

$$= (\quad 6 \quad) + (6x(x-2)) + (x(x-1)) - (3(x-2)) - (6x(x-1)) - (\ 2x\ ) =$$

$$6 + \cancel{6x^2} - 12x + x^2 - x - 3x + 6 - \cancel{6x^2} + 6x - 2x =$$

$$x^2 - 12x + 12 = 9 - 8x \qquad\qquad x^2 - 4x + 3 = 0$$

$x_1 = 1$ $x_2 = 3$