I DETERMINANTI

M4044

LA MATRICE É UN NUMERO? NO

POSSO ASSOCIARE ALLA MATRICE UN NUMERO? SI

UNA MATRICE A QUADRATA

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

ORDINE 1

$$\det A \text{ con } A = [6] \rightarrow \det [6] = 6 = |6|$$

ORDINE 2

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow \det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

ES: $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - (-2) \cdot 3 = 8$

definiamo elementi di classe

pari a_{15} = pari $1+5=6$

dispari a_{14} = dispari $1+4=5$

a_{ij} pari SE $i+j$ É PARI

dispari SE $i+j$ É dispari

ORDINE 3 : Regola di SARRUS E DOBBIAMO DEFINIRE COMPLEMENTO ALGEBRICO

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

A_{11} UCCIDO LA SUA RIGA E LA SUA COLONNA

CHI SOPRAVVIVE?

$\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ che si calcola

ES:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 9 & 7 & 1 \\ -8 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$A_{11} = \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$ PARI

$1+1=2$

$= 7 \cdot 0 - 3 \cdot 1 = \boxed{-3}$

$A_{32} = -\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 9 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 - 9 \cdot 4 = \boxed{+34}$? DISPARI

$3+2=5$

$A_{13} = +\begin{vmatrix} 9 & 7 \\ -8 & 3 \end{vmatrix}$

pari

$= 83$

$A_{21} = -\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = +12$

dispari

DEFINIZIONE

Il **complemento algebrico di un elemento a_{ij}** di una matrice A di ordine 3 è il determinante della matrice di ordine 2 ottenuta da A sopprimendo la riga e la colonna cui l'elemento appartiene, preceduto dal segno + o dal segno − a seconda che a_{ij} sia di classe pari o dispari.

DEFINIZIONE

Il **determinante di una matrice del terzo ordine** è uguale alla somma dei prodotti degli elementi di una qualunque riga (o colonna) per i rispettivi complementi algebrici. Scegliendo la prima riga, abbiamo

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{12} + a_{13} \cdot A_{13},$$

con $A_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$, $A_{12} = -\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$, $A_{13} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

SCELGO LA RIGA 1

$$= +3 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$3 \cdot [4 \cdot 3 - 3 \cdot 5] - 1 [1 \cdot 3 - 2 \cdot 5] + 2 [1 \cdot 3 - 2 \cdot 4]$$

$$= 3(-3) - 1(-7) + 2(-5) = -9 + 7 - 10 = -12$$

SE SCEGLIESSI LA 2ª RIGA

$$-1 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$-1(-3)+4(5)-5(7) = +3+20-35 = -12$$

REGOLA DI SARRUS

$$\left|\begin{array}{ccc} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 3 \end{array}\right| \begin{array}{cc} 3 & 1 \\ 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{array} = d_S - d_{SALIRE}$$

$$(36)+(10)+(6)-(16)-(45)-(3)$$

$$= 52 - 64 = -12$$