EQUAZIONI DIFFERENZIALI DEL I ORDINE

$$F(x, y, y', y'' \dots) = 0 \qquad y = f(x)$$

Quale incognita? $f(x)$

Quale ordine? massimo ordine di derivazione

y, y'', y', y''' ord. 3

Come si chiama il "risultato" INTEGRALE GENERALE

$f(x) + C$

INTEGRALE PARTICOLARE

CONDIZIONI INIZIALE

$f(x)$ ⊗

ES: $f(0) = 6$ PROBLEMA DI CAUCHY

PRIMO ORDINE $F(x, y, y') = 0$

ES: $y' - 2x = 1 \rightarrow y' = \dfrac{dy}{dx}$

$$\frac{dy}{dx} - 2x = 1 \qquad \frac{dy}{dx} = 2x + 1 \rightarrow$$

$$dy = (2x+1)\,dx \rightarrow y = \int (2x+1)\,dx =$$

$$= \frac{2}{2}x^2 + x + C \rightarrow \boxed{x^2 + x + C}$$

$$\begin{cases} y' - 2x = 1 \\ f(2) = 5 \end{cases} \longrightarrow \quad x^2 + x + C = y$$

$$2^2 + 2 + C = 5 \quad \rightarrow C = 5 - 6 = -1$$

$$y = x^2 + x - 1$$

ESERCIZIO : $y' - 4x + \cos x = 0$

$$\frac{dy}{dx} = 4x + \cos x \qquad dy = (4x + \cos x)\,dx$$

$$y = \int 4x\,dx + \int \cos x\,dx = 2x^2 - \sin x + C$$

$$\begin{cases} y' = 6x\,e^{x^2} - 1 \\ f(0) = 4 \end{cases} \rightarrow \quad dy = (6x\,e^{x^2} - 1)\,dx$$

$$y = \left[\int 6x\,e^{x^2}\,dx - \int dx \right] =$$

$$= \frac{6}{2} \int 2x\,e^{x^2}\,dx - x = \underbrace{3 \cdot e^{x^2} - x + C}_{\text{INT. GENERALE}}$$

$$3 \cdot e^0 - 0 + C = 4 \qquad 3 + C = 4 \rightarrow C = 1$$

$$y = f(x) = 3e^{x^2} - x + 1 .$$

Determina la soluzione particolare $y = f(x)$ di ognuna delle seguenti equazioni differenziali, verificante la condizione iniziale posta a fianco di ciascuna.

41 $y' = x + \cos x - 1,$ $\quad f(0) = 2.$ $\quad \left[y = \frac{x^2}{2} + \sin x - x + 2\right]$

42 $x^2 y' - x + 1 = 0,$ $\quad f(1) = 2.$ $\quad \left[y = \ln|x| + \frac{1}{x} + 1\right]$

43 $\cancel{y' = 6xe^{x^2} - 1},$ X $\quad f(0) = 4.$ $\quad \left[y = 3e^{x^2} - x + 1\right]$

44 $\frac{y' - x}{x^2 + 1} = \frac{3}{x},$ $\quad f(1) = 0.$ $\quad \left[y = 3\ln|x| + 2x^2 - 2\right]$

45 $(x + 1)y' = x + 2,$ $\quad f(-2) = -1.$ $\quad \left[y = x + \ln|x + 1| + 1\right]$

46 $e^x y' - x = 0,$ $\quad f(1) = \frac{1}{e}.$ $\quad \left[y = -\frac{x + 1}{e^x} + \frac{3}{e}\right]$

47 Determina la curva integrale dell'equazione differenziale $4y' = 12x^2 - 1$ che passa per il punto $P\left(1; \frac{3}{4}\right)$ e traccia il suo grafico.

$\left[y = x^3 - \frac{1}{4}x\right]$