



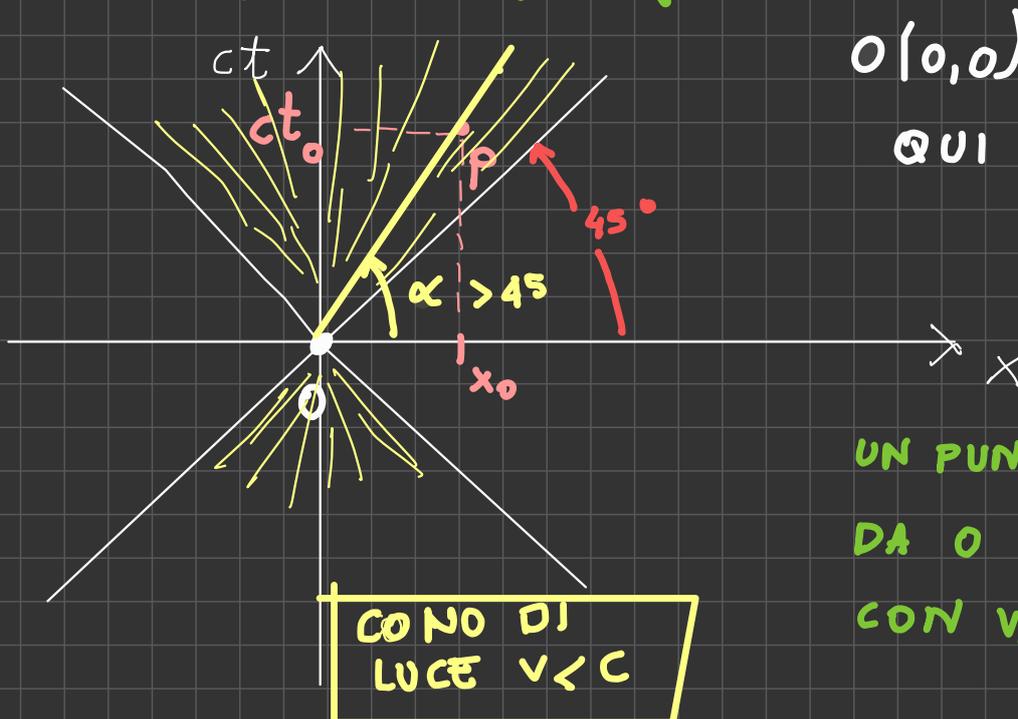
# LEZIONI DI FISICA

## ESERCIZI NELLO SPAZIO DI MINKOWSKI

CLASSE: 5 LICEO SCIENTIFICO - LEZIONE: N. **F5039**

MARCO BRAICO

### SPAZIO DI MINKOWSKI



$O(0,0)$   
QUI E' ORA

UN PUNTO P SI MUOVE  
DA O A  $P(x_0, ct_0)$   
CON VELOCITA'  $v$

se sono in  $x, y \rightarrow y = x$  bisettrice  
 $x, ct \rightarrow ct = x$  //

$$x = vt \quad \text{per il moto di } P \quad \beta = \frac{v}{c} \rightarrow v = \beta c$$

$$x = \beta c t \rightarrow ct = \left(\frac{1}{\beta}\right)x \quad [y = mx]$$

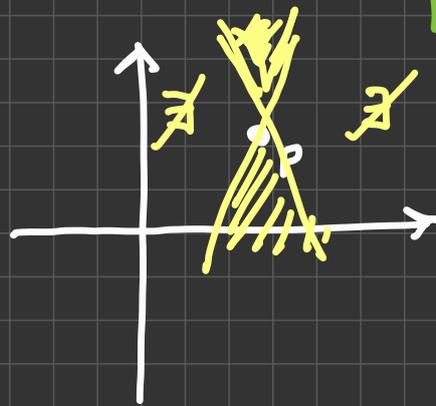
$\beta$   
↳ coeff. angolare

$$\frac{1}{\beta} = \frac{c}{v} > 1 \rightarrow \alpha > 45^\circ$$

TUTTI GLI EVENTI AVENGONO NEL CONO DI LUCE

$$E(x, ct) \rightarrow \text{Equazione } ct = x \quad \text{Luce}$$
$$ct = \frac{1}{\beta}x \quad \text{ALTRO}$$

IN GENERALE IN P

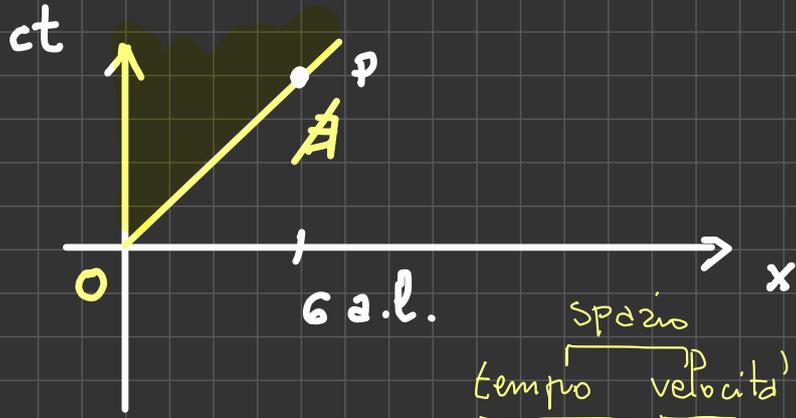


ESERCIZIO: PARADOSSO DEI GEMELLI

MARCO VIAGGIA  $v = \frac{3}{4}c$  } ETA' 30 anni  
ROBERTO RESTA

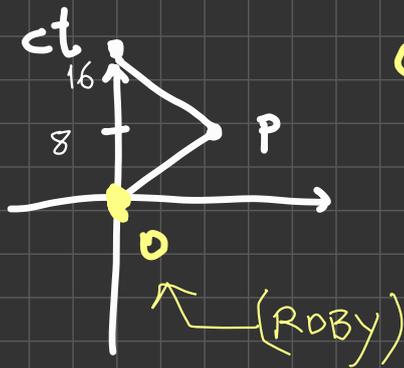
$$x \text{ MARCO} \quad \text{VELOCITA' } = \frac{\text{SPAZIO}}{\text{TEMP}} \rightarrow \frac{3}{4}c = \frac{s}{t}$$

SE MARCO SI FERMA A 6 anni luce e inverte la  
marcia "ISTANTANEAMENTE" E TORNA INDIETRO?



$$\frac{3}{4}c = \frac{6 \text{ a.l.}}{t} \rightarrow t = \frac{6 \text{ a.l.} \cdot c}{\frac{3}{4}c} = 8 \text{ anni}$$

PER ANDARE DA O A P IMPIEGA 8 ANNI E TORNA IN O DOPO 16 ANNI



PER ROBERTO FERMO IN O

PER MARCO QUANTO TEMPO È PASSATO?

SCRIVO L'INVARIANTE

X MARCO  $(\Delta\sigma)_M^2 = (ct_M)^2 - (x_{\text{ASTRONAVE}} - x_{\text{ASTRONAVE}})^2$

X ROBERTO  $(\Delta\sigma)_R^2 = (ct_R)^2 - (x_P - x_O)^2$

$$\Delta\sigma_R^2 = c^2(8)^2 - (6 \text{ a.l.})^2 \Rightarrow \sqrt{28 \text{ a.l.}} = 6^2 \cdot c^2$$

MA  $(\Delta\sigma)_M^2 = (\Delta\sigma)_R^2 \rightarrow c^2 t_M^2 = \sqrt{28} c^2 \rightarrow t_M = 5,3 \text{ anni}$

PER ROBERTO SONO TRASCORSI 16 ANNI  $\rightarrow$  46 ANNI

PER MARCO  $2 \times 5,3$  ANNI = 10,6 ANNI  $\rightarrow$  40,6 A.

MARCO PIÚ GIOVANE.

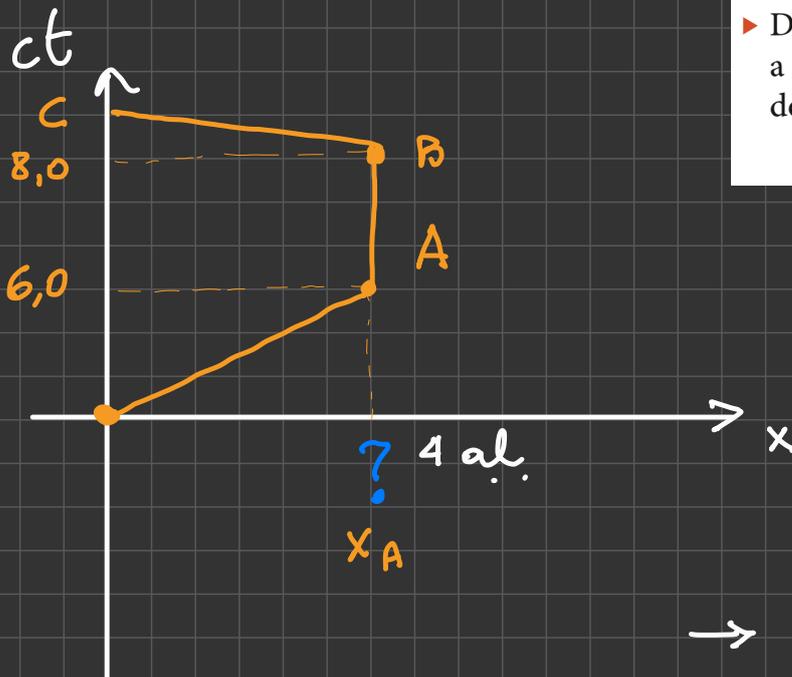
DATI

$$V_{\text{ANDATA}} = \frac{2}{3} c$$

$$V_{\text{RITORNO}} = -\frac{1}{2} c$$

$$t_{\text{ANDATA}} = 6,0 \text{ anni}$$

$$t_{\text{SOSTA}} = 2,0 \text{ anni}$$



$$\overline{OA} \Rightarrow t = 6 \text{ anni}$$

$$\frac{2}{3} c = \frac{x}{6}$$

$$\rightarrow x = \frac{12}{3} = 4 \text{ a.l.}$$

$$\overline{BC} = v = -\frac{1}{2} c \Rightarrow ? \text{ tempo di ritorno.}$$

$$\frac{1}{2} c = \frac{4 \text{ anni luce}}{t_{BC}} \Rightarrow t_{BC} = 4 \text{ anni luce} \cdot 2 c = 8 \text{ a.l.}$$

$$t_{\text{TOTALE}} = 6 \text{ anni} + 2 \text{ anni} + 8 \text{ anni} = 16 \text{ anni}$$

VISTO DALLA TERRA

Samantha parte dalla Terra (evento O) con la sua astronave, a velocità  $v_1 = 2c/3$ . Dopo 6,0 anni di viaggio (secondo la Terra) raggiunge la sua destinazione (evento A), una stazione spaziale ferma rispetto alla Terra, dove rimane per 2,0 anni, per poi ripartire (evento B) verso la Terra, con velocità  $v_2 = -c/2$ . La sua amica Roberta, coetanea di Samantha, rimane sulla Terra.

► Disegna l'intero viaggio di Samantha nel diagramma spazio-tempo di Minkowski del sistema di riferimento terrestre. Dopo quanti anni Samantha ritorna sulla Terra (evento C)?

► Determina di quanto Samantha è più giovane, rispetto a Roberta, quando arriva alla stazione spaziale e quando torna sulla Terra.

[16 anni; 1,5 anni; 3 anni]

# UGUAGLIANZA TRA GLI INVARIANTI

$$(\Delta\sigma)^2 = (ct)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$$

$$\overline{OA} : \begin{matrix} (\Delta\sigma)_{OA}^2 & = & (\Delta\sigma)_{OA}^2 \\ \text{SAM.} & & \text{ROB} \end{matrix}$$

$$(ct_s)^2 = (ct_R)^2 - (\Delta x_R)^2$$

$$\cancel{c^2} t_s^2 = \cancel{c^2} 6^2 - 4^2 \cancel{c^2} \quad t_s = 4,5 \text{ a}$$

$$\overline{AB} \quad (\Delta\sigma)_s^2 = (\Delta\sigma)_R^2 \quad t_R = t_s = 2 \text{ a}$$

$$\overline{BC} \quad (\Delta\sigma)_s^2 = (\Delta\sigma)^2$$

$$(ct_s)^2 = (ct_R)^2 - (x_C - x_B)_R^2$$

$$\cancel{c^2} t_s^2 = \cancel{c^2} 8^2 - 4^2 \cancel{c^2} \quad t_s = 6,9 \text{ a}$$

$$E_s + 13,4 \text{ anni}$$

= DIFFERENZA DI ETÀ'

$$E_R + 16 \text{ anni}$$

$$2,6 \text{ anni}$$

NELLA STAZIONE

$$t_{\text{ROBERTA}} \quad 6 \text{ anni}$$

$$t_{\text{SAMANTHA}} \quad 4,5 \text{ anni}$$

$$\left. \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right\} \Delta t \quad 1,5 \text{ anni}$$