

IL TEOREMA DI ROLLE

M5026



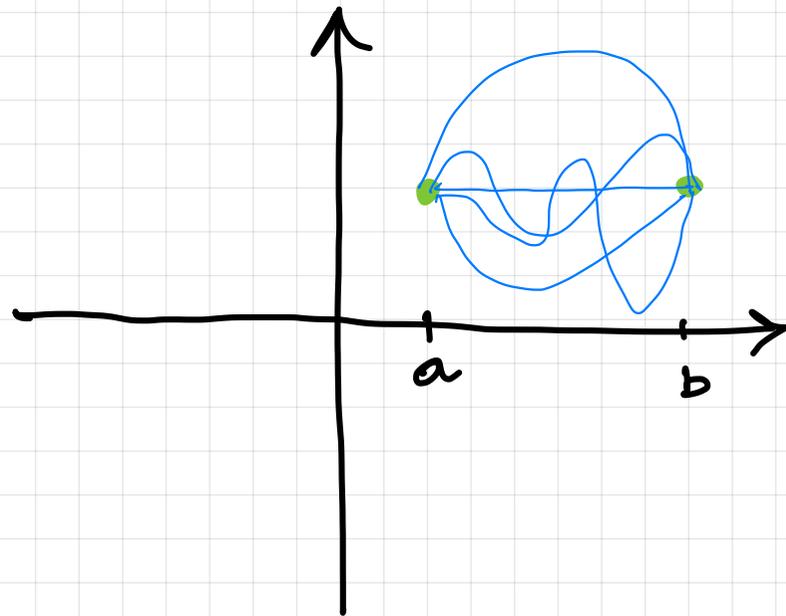
SE UNA FUNZIONE $f(x)$ DEFINITA IN UN INTERVALLO $[a; b]$ CHIUSO E LIMITATO TALE CHE:

-) $f(x)$ continua in $[a; b]$
-) $f(x)$ derivabile in $]a; b[$
-) $f(a) = f(b)$

$f \in \mathcal{C}$

$f \in \mathcal{D}$

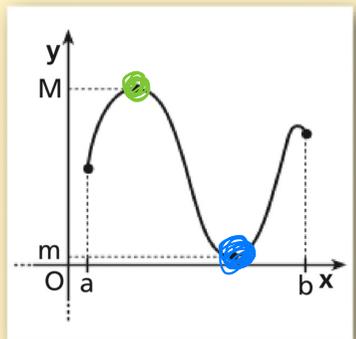
I POTESI



TEOREMA

Teorema di Weierstrass

Se f è una funzione continua in un intervallo limitato e chiuso $[a; b]$, allora essa assume, in tale intervallo, il massimo assoluto e il minimo assoluto.

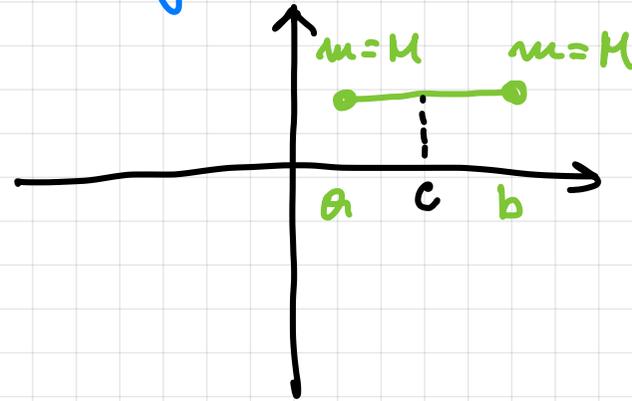


PER IL T. di Weierstrass $f(x)$ ammette minimo e MASSIMO

PRESO UN QUALSIASI $c \in [a, b]$ si verifica che

$$m \leq f(x) \leq M \quad \text{in ogni } c \text{ preso come } x$$

CASO 1) $m = M$



$$m = f(c) = M$$

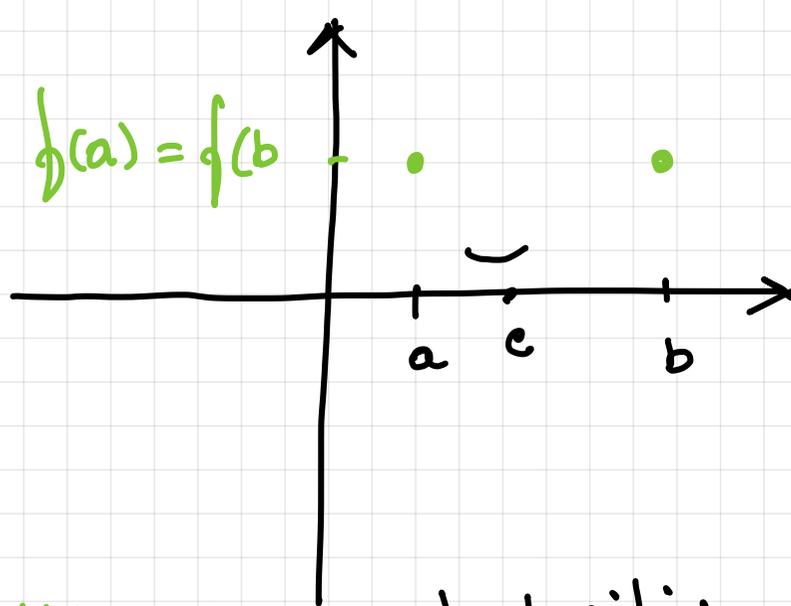
QUALE **TESI** DEVO DIMOSTRARE?

ESISTE UN $c \in [a; b]$ TALE CHE $f'(c) = 0$

$m = f(c) = f(x) = M$ la funzione è una costante
la derivata è uguale a 0 c.v.d.

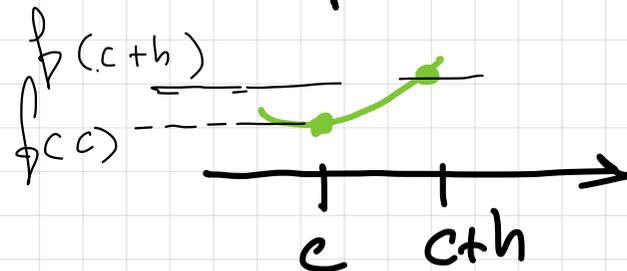
CASO 2)

$$m < M$$



SUPPONIAMO $f(c)$ sia MINIMO, SCELGO h positivo

$$f(c+h) \geq f(c)$$



$$f(c+h) - f(c) \geq 0 \quad \div \quad h > 0$$

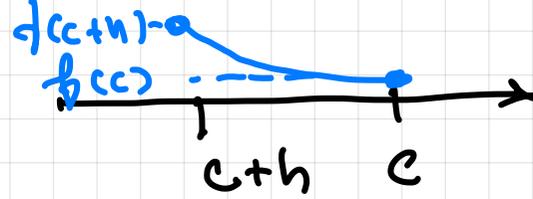
●
$$\frac{f(c+h) - f(c)}{h} \geq 0$$

SE $h < 0$

$$f(c+h) - f(c) \geq 0$$

se divido per h negativo

$$\frac{f(c+h) - f(c)}{h} \leq 0$$



PASSO AL LIM
 $h \rightarrow 0$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h} \geq 0$$

$$h > 0 \rightarrow f'(c)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h} \leq 0$$

$$h < 0 \rightarrow f'(c)$$

PER IL TEOREMA DELLA PERMANENZA DEL SEGNO

IL LIMITE IN UN INORNO DI c DEVE AVERE LO STESSO SEGNO

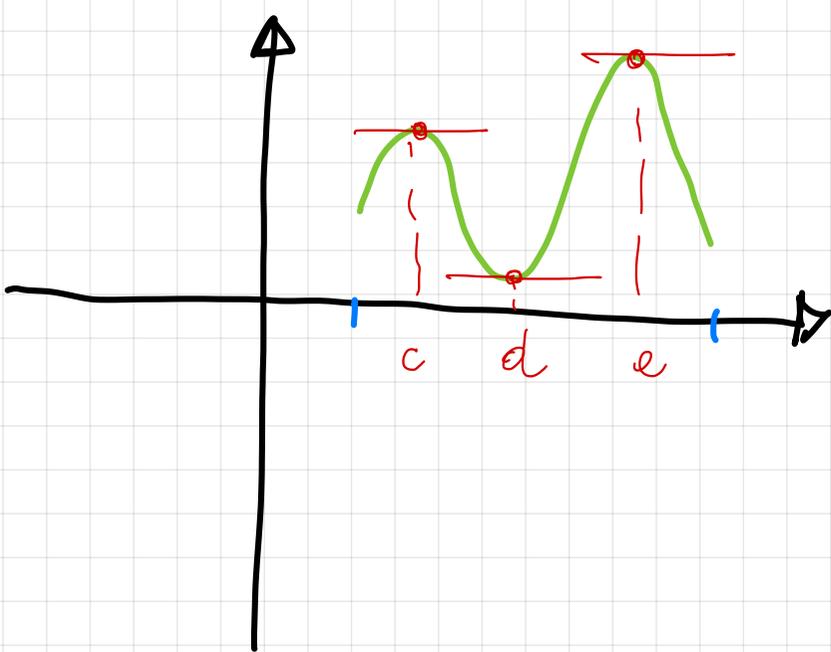
$$\rightarrow f'(c) \geq 0 \quad \text{E} \quad f'(c) \leq 0$$



$$f'(c) = 0$$

c.v.d.

IN PRATICA SE $f'(c) = 0 \Rightarrow \exists$ massimo/minimo
nel punto c PUNTO STAZIONARIO
DOVE $f' = 0$



c, d, e PUNTI STAZIONARI

ESERCIZIO: verifica che vale T. Rolle e trova c .

$$f(x) = x^2 + 2x + 3 \quad [-3; 1]$$

$f(x)$ è continua (no denom; no $\sqrt{\quad}$; no \ln)

$f'(x)$ ESISTE (è derivabile)

$$f'(x) = 2x + 2 \quad \text{è derivabile}$$

$$f(a) = f(b) \rightarrow f(-3) = f(1)$$

$$f(-3) = (-3)^2 + 2(-3) + 3 = 6$$

ok

$$f(1) = (1)^2 + (2)(1) + 3 = 6$$

DEVE ESISTERE $c \in [-3; 1]$) $f'(c) = 0$

$$f'(c) = 0$$

$$2c + 2 = 0$$

$$c = -1 \quad e \quad -1 \in [-3; 1]$$