# DERIVATE:
# Prodotto e quoziente

M5019

## DERIVATA DI $k \cdot f(x)$ - costante x funzione

$$D\, k \cdot f(x) = k \cdot f'(x)$$

ES: $f(x) = 7 \operatorname{sen} x \longrightarrow f'(x) = 7 \cdot \cos x$

## DERIVATA DEL PRODOTTO FRA DUE FUNZIONI $f(x)$ e $g(x)$

$$D[f(x) \cdot g(x)] = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

DIMOSTRAZIONE

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - f(x)g(x)}{h}$$

SOMMO E SOTTRAGGO $g(x+h)f(x)$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - f(x)g(x) + g(x+h)f(x) - g(x+h) \cdot f(x)}{h}$$

SPOSTO I TERMINI

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - g(x+h)f(x) + g(x+h)f(x) - f(x)g(x)}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{g(x+h)\left[f(x+h) - f(x)\right] + f(x)\left[g(x+h) - g(x)\right]}{h} =$$

$\Rightarrow$ PASSO AL LIMITE, SAPENDO CHE $\lim_{h\to 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} = g'(x)$

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$$

$$= g(x)\, f'(x) + f(x)\, g'(x) \qquad \text{c.v.d.}$$

$$D\ \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)\,g(x) - f(x)\,g'(x)}{[g(x)]^2}$$

**ES:**

$$y = \frac{\ln x}{x^2-4x+3} \rightarrow y' = \frac{\frac{1}{x}(x^2-4x+3) - \ln x\,(2x-4)}{[x^2-4x+3]^2} =$$

**ES:**

$$y = \operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = \frac{\cos x \cos x - \operatorname{sen} x\,(-\operatorname{sen} x)}{\cos^2 x} =$$

$$= \frac{\cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$ DERIVATA FONDAMENTALE

$$\rightarrow y = \operatorname{cotg} x \Rightarrow y' = -\frac{1}{\operatorname{sen}^2 x}$$ DERIVATA FONDAMENTALE