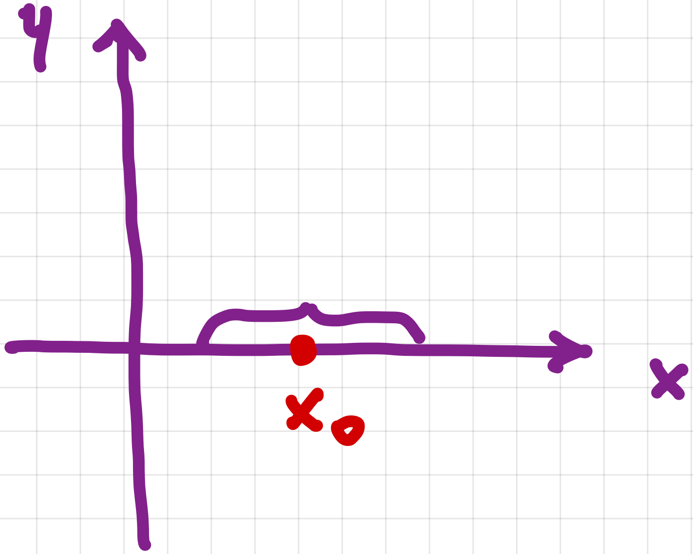
PROPRIETÀ DELLE DERIVATE

M5017

DERIVATA DESTRA E SINISTRA

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

DEF



$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

DERIVATA DESTRA

$$f'_+(x_0)$$

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

DERIVATA SINISTRA

$$f'_-(x_0)$$

NELLA PRATICA COSA FACCIO?

ES: $f(x) = x^2 - 5x$

$f'(x) = 2x - 5$

$$f'(8) = 2 \cdot 8 - 5 = 11$$

$$f'_-(8) = \lim_{x \to 8^-} (2x - 5) = 11$$

$$f'_+(8) = \lim_{x \to 8^+} (2x - 5) = 11$$

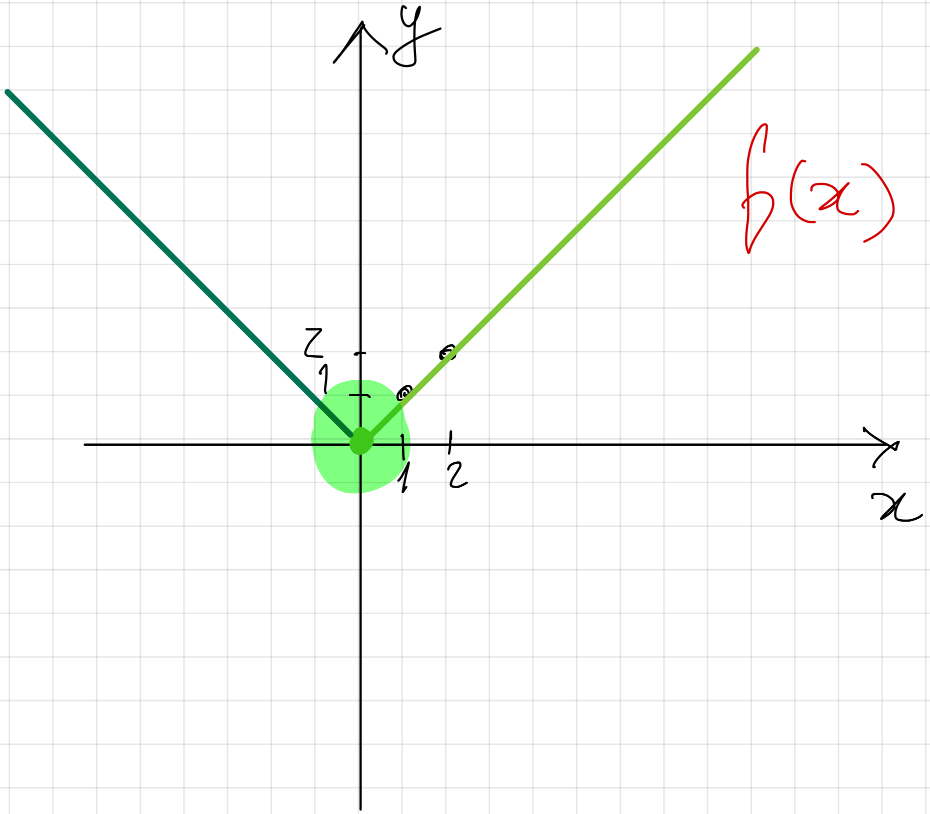
FUNZIONE DERIVABILE ?

DEFINIZIONE

Una funzione $y = f(x)$ è **derivabile in un intervallo** chiuso $[a; b]$ se è derivabile in tutti i punti interni di $[a; b]$ e se esistono e sono finite la derivata destra in a e la derivata sinistra in b.

ES: $f(x) = |x|$ D: $\mathbb{R}$

$$f(x) \begin{cases} x & \text{SE } x \geq 0 \\ -x & \text{SE } x < 0 \end{cases}$$

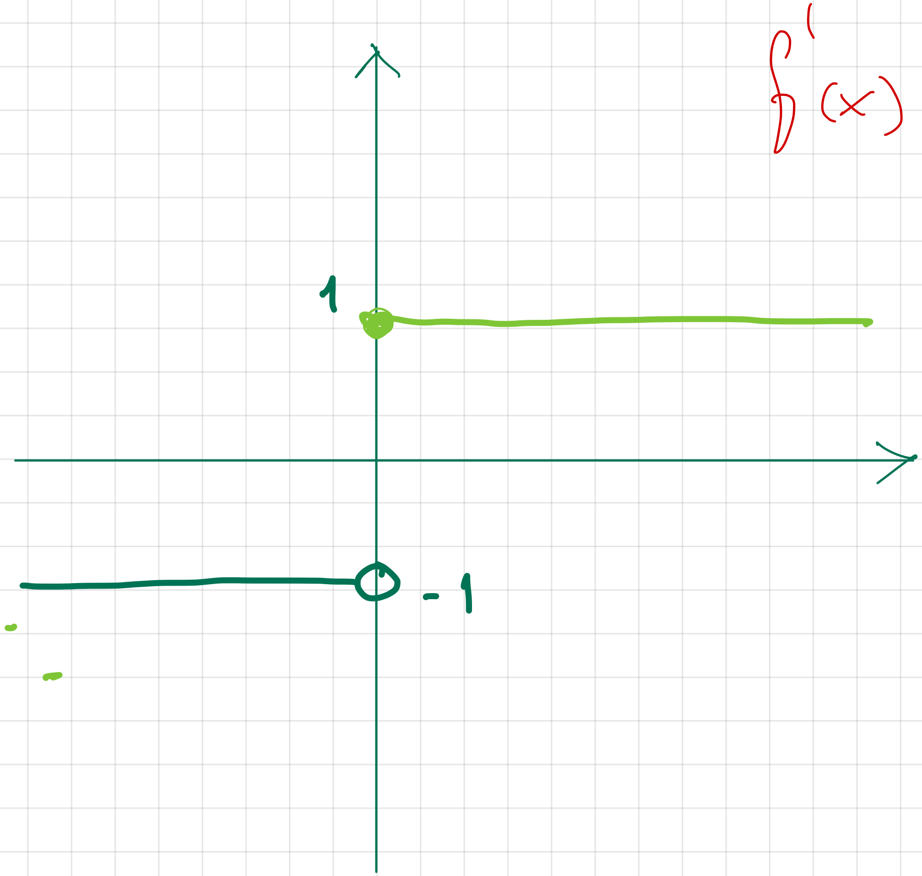


E' continua in $x = 0$?

$$\lim_{x \to 0^+} x = 0 \qquad \lim_{x \to 0^-} (-x) = 0$$

È LA DERIVATA ?

$$f'(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \geq 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$



è derivabile in $x = 0$?

$$\lim_{x \to 0^+} 1 = 1 \qquad \lim_{x \to 0^-} -1 = -1$$

$$f'_+ \neq f'_- \qquad \text{NON DERIVABILE}$$

TEOREMA: SE UNA FUNZIONE É CONTINUA, NON É DETTO CHE SIA ANCHE DERIVABILE. SE UNA FUNZIONE E' DERIVABILE, ALLORA É SEMPRE CONTINUA

CONTINUITÁ $\Longleftarrow$ DERIVABILITÁ

$$\mathcal{D} \subset \mathcal{C}$$