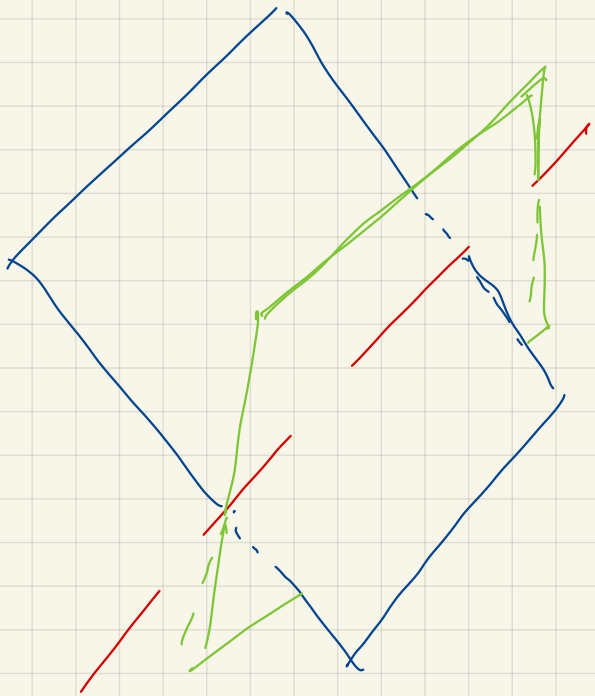
FASCI DI PIANI

M4034

SE DUE PIANI NON SONO PARALLELI E COINCIDENTI, ALLORA SONO INCIDENTI E DANNO ORIGINE AD UNA RETTA



$$\begin{cases} ax+by+cz+d=0 \\ a'x+b'y+c'z+d'=0 \end{cases}$$

COME FACCIO A TROVARE L'EQUAZIONE DELLA RETTA?

$$z=k$$

ESEMPIO:

$$\alpha: \begin{cases} 3x-3y+z+2=0 \\ \beta: \quad x+3y-2z-2=0 \end{cases}$$

sono $\parallel$? $\frac{3}{1}=\frac{-3}{3}=\frac{1}{-2}$? NO, $\exists$ la retta!

pongo $z = k$

$$R_+ \begin{cases} 3x - 3y = -k - 2 \\ x + 3y = 2k + 2 \end{cases}$$

$$4x + 0 = -k - 2 + 2k + 2$$

$$4x = k$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4}k \\ ? \\ z = k \end{cases}$$

$x \rightarrow$ nella prima :

$$3 \cdot \frac{1}{4}k - 3y = -k - 2$$

$$-3y = -k - 2 - \frac{3}{4}k$$

$$-12y = -4k - 8 - 3k$$

$$y = \frac{7}{12}k + \frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{4}k \\ y = \frac{2}{3} + \frac{7}{12}k \\ z = k \end{cases}$$

$$\vec{n}\left(\frac{1}{4}; \frac{7}{12}; 1\right)$$

IN FORMA CARTESIANA (ricavo k)

$$\begin{cases} k = 4x \\ k = \left(y - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{k}{7} \\ k = z \end{cases} = \begin{cases} k = 4x \\ k = \left(\frac{3y-2}{3}\right)\frac{12}{7} \\ \end{cases} \Rightarrow k = \frac{12}{7}y - \frac{8}{7}$$

$$\begin{cases} k = 4x \\ k = \frac{12}{7}y - \frac{8}{7} \\ k = z \end{cases}$$

$$\boxed{4x = \frac{12y-8}{7} = z}$$

DALLA RETTA A DUE DEGLI INFINITI PIANI GENERATRICI

$$\begin{cases} x = \frac{1}{4}k \\ y = \frac{2}{3} + \frac{7}{12}k \\ z = k \end{cases} \qquad k = z \qquad \begin{cases} x = \frac{1}{4}z \\ y = \frac{2}{3} + \frac{7}{12}z \end{cases} = \begin{cases} 4x - z = 0 \\ 12y - 7z - 8 = 0 \end{cases}$$

non sono α e β di prima, posso però ritrovare α e β

•) SOMMO MEMBRO A MEMBRO

$$\alpha: \begin{cases} 3x-3y+z+2=0 \\ \beta: \quad x+3y-2z-2=0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 4x-z=0 \\ 12y-7z-8=0 \end{cases}$$

$$4x+12y-8z-8=0$$

$$\frac{4x}{4}+\frac{12y}{4}-\frac{8z}{4}-\frac{8}{4}=\frac{0}{4}$$

$$\rightarrow x+3y-2z-2=0 \quad \beta$$

FASCIO DI RETTE IN (2D) $\quad (ax+by+c)+k(a'x+b'y+c')=0$

COMBINAZIONE LINEARE

$\rightarrow$ FASCIO DI PIANI $\quad k(ax+by+cz+d)+h(a'x+b'y+c'z+d')=0$

es: $k(2x-y-3z+1)+h(-x-y+2z+8)=0$

RETTE PARALLELE

$\vec{n}(m, n, l)$ $\vec{p}(m', n', l')$ SE

$$\frac{m}{m'} = \frac{n}{n'} = \frac{l}{l'}$$

RETTE PERPENDICOLARI : $mm' + nn' + ll' = 0$

SGHEMBE O INCIDENTI

SI FA IL SISTEMA, SE HA SOLUZIONE UNICA SONO INCIDENT

① $\begin{cases} x = 1 + k \\ y = -2 - k \\ z = 5 + 3k \end{cases}$ ② $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 2t \\ z = -7 - 2t \end{cases}$

// ? $\frac{1}{4} \neq \frac{-1}{-2} \neq \frac{3}{-2}$ NO

⊥ ? $4 + 2 - 6 = 0$ SI

$\vec{v}_1(1; -1; +3)$ $P_1(1, -2, 5)$ $\vec{v}_2(4; -2; -2)$ $P_2(-3, 2, -7)$

$$\begin{cases} k = x-1 \\ k = -2-y \\ k = \dfrac{z-5}{3} \end{cases}$$

$$x-1 = -2-y = \frac{z-5}{3}$$

$$\begin{cases} t = \dfrac{x+3}{4} \\ t = \dfrac{2-y}{2} \\ t = \dfrac{-7-z}{2} \end{cases}$$

$$\frac{x+3}{4} = \frac{2-y}{2} = \frac{-z-7}{2}$$

SONO SGHEMBE OPPURE INCIDENTI? USIAMO LE PARAM.

① $\begin{cases} x = 1+k \\ y = -2-k \\ z = 5+3k \end{cases}$ = = =

② $\begin{cases} x = -3+4t \\ y = 2-2t \\ z = -7-2t \end{cases}$

$$\begin{cases} 1+k = -3+4t \\ -2-k = 2-2t \\ 5+3k = -7-2t \end{cases}$$

$$\begin{cases} k = -3+4t-1 \\ k = -2-2+2t \\ \dots\dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k = 4t-4 \\ k = 2t-4 \end{cases}$$ confr.

$4t - \cancel{4} = 2t - \cancel{4}$

$t = 0 \quad k = -4$

INC