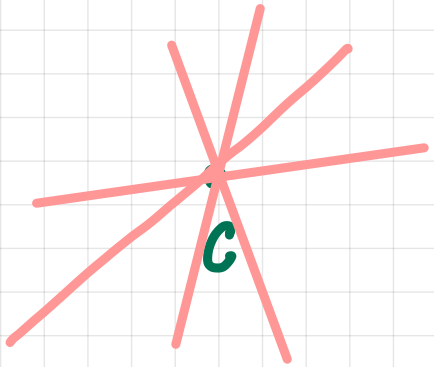
FASCI DI PARABOLE

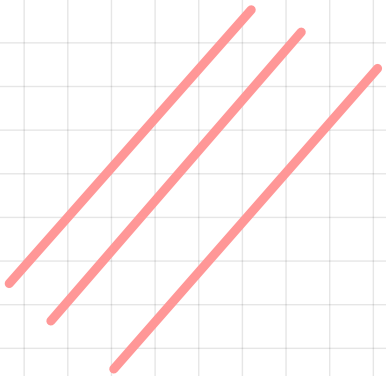
Marco Braico

LEZIONI DI MATEMATICA - M3051

COSÌ COME ABBIAMO VISTO I FASCI DI RETTE (PROPRIO E IMPROPRIO)



PROPRIO



IMPROPRIO

CONSIDERIAMO I FASCI DI PARABOLE.

COMBINAZIONE LINEARE DI DUE CURVE

$$(\text{curva } 1) + k\,(\text{curva } 2) = 0$$

CONSIDERIAMO DUE PARABOLE $p_1 : \; y = -2x^2 + 10x - 7$

$p_2 : \; y = x^2 - 2x + 2$

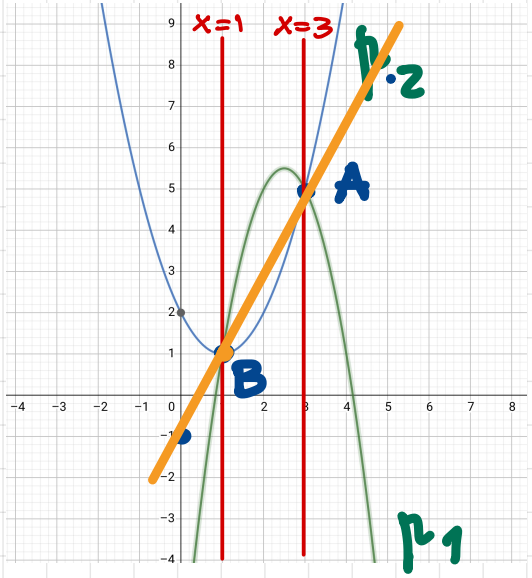
IN FORMA IMPLICITA

$y+2x^2-10x+7=0$ e $y-x^2+2x-2=0$

LA LORO COMBINAZIONE LINEARE É:

$p_1 + k\, p_2 = 0 \rightarrow (y+2x^2-10x+7)+k(y-x^2+2x-2)=0$

con $k=0\,;\ \pm1\,;\ \pm2 \ldots$ sono infinite parabole, scelta k ne otteniamo una in particolare.



LE PARABOLE p_1 e p_2 SI DICONO

GENERATRICI DEL FASCIO

PUNTI DI INTERSEZIONE:

$$\begin{cases} y=-2x^2+10x-7 \\ y=x^2-2x+2 \end{cases}$$

confronto

$-2x^2+10x-7=x^2-2x+2 \rightarrow 3x^2-12x+9=0$

$a=3\,;\ b=-12\,;\ c=$ $\quad x_{1,2}=144-4\cdot3\cdot9=36$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm 6}{6} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

$A(3; 5)$

$B(1; 1)$

A e B SI DICONO PUNTI BASE DEL FASCIO.

CALCOLO CON k

$$(y + 2x^2 - 10x + 7) + k(y - x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$y + 2x^2 - 10x + 7 + ky - kx^2 + 2kx - 2k = 0$$

$$(k+1)y + x^2(2-k) + x(-10+2k) + (7-2k) = 0$$

•) SE $(k+1) = 0$ SPARISCE LA y OVVERO SE $k = -1$

COSA SUCCEDE ?

$$x^2(2-(-1)) + x(-10+2(-1)) + (7-2(-1)) = 0$$

$$3x^2-12x+9=0 \quad \div 3 \rightarrow \quad x^2-4x+3=0$$

$$a(x-x_1)(x-x_2) \qquad (x-1)(x-3)=0$$

$$x=1 \quad e \quad x=3$$

SE ELIMINO LA Y CON UN CERTO k OTTENGO $x=1$ e $x=3$

CHE SI CHIAMANO **PARABOLE DEGENERI** E SONO RETTE

FORMA ESPLICITA

$$(k+1)y+(2-k)x^2+(-10+2k)x+(7-2k)=0 \qquad \text{IMPL}$$

$$\frac{(k+1)y}{k+1}=\frac{(k-2)x^2}{k+1}+\frac{(10-2k)x}{k+1}+\frac{(2k-7)}{k+1}$$

$$y = \frac{k-2}{k+1}x^2 + \frac{10-2k}{k+1}x + \frac{2k-7}{k+1}$$ ESPL

$k \neq -1$

SE UCCIDO IL TERMINE IN x^2 OTTENGO UNA RETTA

$$\frac{k-2}{k+1} = 0 \rightarrow k-2=0 \quad k=2$$

$$y = 0x^2 + \frac{10-2(2)}{2+1}x + \frac{2\cdot 2-7}{2+1}$$

$$\boxed{y = 2x-1}$$

É UNA RETTA CHE PASSA PER I PUNTI BASE ED É ANCHE LEI UNA PARABOLA "APPIATTITA"

É DEGENERE

PER TROVARE LE PARABOLE DEGENERI UCCIDO IL TERMINE IN y E IL TERMINE IN x^2.