RIEPILOGO SULLE RETTE

Esercizi

M3020

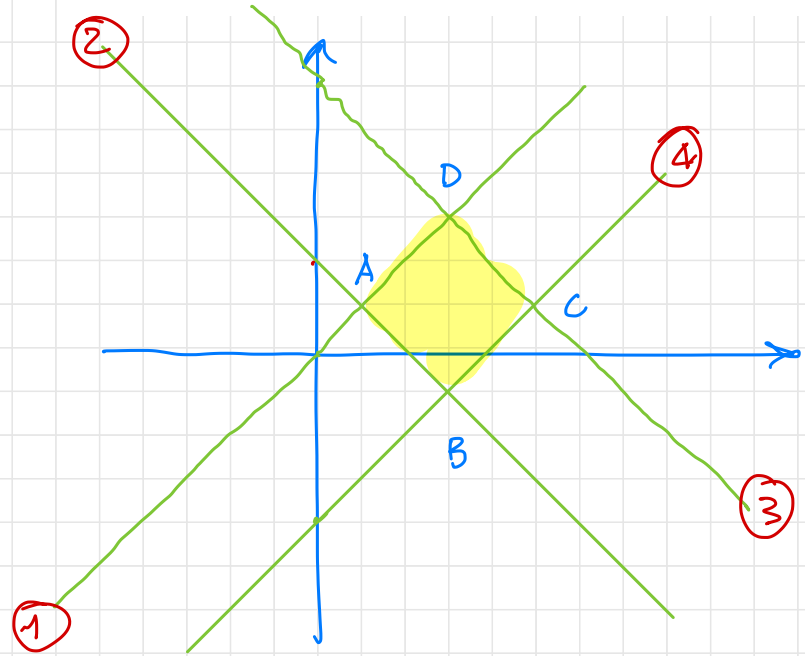
I lati di un quadrilatero $ABCD$ appartengono alle rette di equazioni: $x - y = 0$, $x + y - 2 = 0$, $x + y - 6 = 0$, $x - y - 4 = 0$. Determina le coordinate dei vertici, verifica che $ABCD$ è un quadrato e calcolane area e perimetro.

$[A(1;1), B(3;3), C(5;1), D(3;-1); 8; 8\sqrt{2}]$

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y - 2 = 0 \\ x + y - 6 = 0 \\ x - y - 4 = 0 \end{cases}$$

ESPLICITA

$$\begin{cases} (1)\ y = x \\ (2)\ y = -x + 2 \\ (3)\ y = -x + 6 \\ (4)\ y = x - 4 \end{cases}$$



$$A \begin{cases} y = x \quad (1) \\ y = -x + 2 \end{cases}$$

confronto

$x = -x + 2 \qquad 2x = 2 \rightarrow x = 1 \qquad y = 1$

$A(1;1)$

B $\begin{cases} y = -x+2 \\ y = x-4 \end{cases} \rightarrow -x+2 = x-4 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3$

$y = 3-4 = -1 \qquad B(3;-1)$

C $\begin{cases} y = x-4 \\ y = -x+6 \end{cases} \rightarrow x-4 = -x+6 \rightarrow 2x = 10 \qquad x = 5$

$y = 5-4 = 1 \qquad C(5;1)$

$$D \begin{cases} y = -x + 6 \\ y = x \end{cases} \rightarrow -x + 6 = x \rightarrow 2x = 6 \quad x = 3$$

$$y = 3 \qquad D(3;3)$$

RIASSUMO $A(1;1)$ $B(3;-1)$ $C(5;1)$ $D(3;3)$

$$\overline{AB} = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{AD} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{DC} = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{CB} = \sqrt{(2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

É UN QUADRATO!

AREA $= (\sqrt{8})^2 = 8$ $\qquad 2p = 4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

Verifica che il quadrilatero di vertici $A(3; 0)$, $B(13; 4)$, $C(9; 6)$, $D(4; 4)$ è un trapezio e che il segmento che congiunge i punti medi dei lati obliqui è parallelo alle due basi e congruente alla loro semisomma.

VERIFICO CHE $\overline{DC}$ E $\overline{AB}$ SONO PARALLELI!

confronto le m

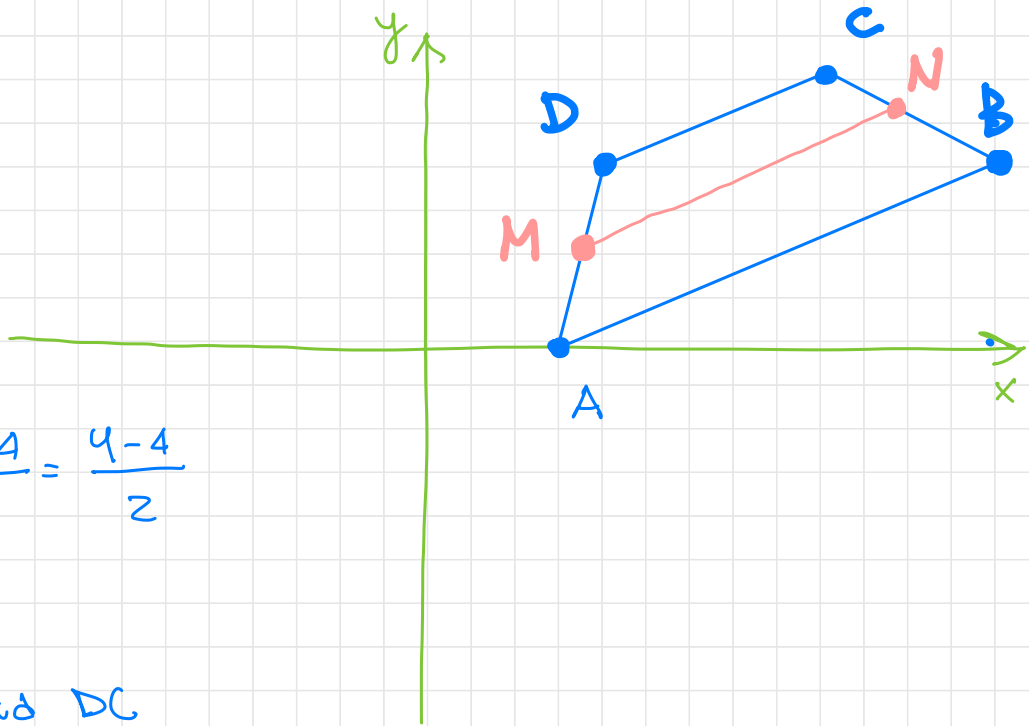
trovo la retta $\overline{DC}$

$$\frac{x - x_D}{x_C - x_D} = \frac{y - y_D}{y_C - y_D}$$

$$\frac{x-4}{9-4} = \frac{y-4}{6-4} \rightarrow \frac{x-4}{5} = \frac{y-4}{2}$$

$$\frac{2x-8}{\cancel{10}} = \frac{5y-20}{\cancel{10}}$$

$$\boxed{2x - 5y + 12 = 0}$$ retta DC



esplicita: $y = \frac{2}{5}x + \frac{12}{5}$ $\qquad m = \frac{2}{5}$

Trovo la retta $\overline{AB}$: $\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \rightarrow \frac{x-3}{13-3} = \frac{y-0}{4-0}$

$\frac{x-3}{10} = \frac{y}{4}$ mcm $\rightarrow \frac{2x-6}{\cancel{20}} = \frac{5y}{\cancel{20}} \rightarrow \boxed{2x - 5y - 6 = 0}$

f esplicita $y = \frac{2}{5}x - \frac{6}{5}$ $\qquad m = \frac{2}{5}$ **SONO //**

TROVO LE COORD. DI M e N

$x_M = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{7}{2}$

$y_M = \frac{y_A + y_D}{2} = 2$

$M\left(\frac{7}{2}; 2\right)$

$x_N = \frac{x_C + x_B}{2} = 11$

$y_N = \frac{y_C + y_B}{2} = 5$

$N(11; 5)$

TROVO LA RETTA MN

$$\frac{x - x_M}{x_N - x_M} = \frac{y - y_M}{y_N - y_M} \rightarrow \frac{x - \frac{7}{2}}{11 - \frac{7}{2}} = \frac{y - 2}{5 - 2} \rightarrow \frac{\frac{2x-7}{\cancel{2}}}{\frac{22-7}{\cancel{2}}} = \frac{y-2}{3}$$

$$\frac{2x - 7}{15} = \frac{y - 2}{3} \rightarrow \frac{2x-7}{\cancel{15}} = \frac{5y - 10}{\cancel{15}} \rightarrow \boxed{2x - 5y + 3 = 0}$$

f. esplicita $\quad y = \frac{2}{5}x + \frac{3}{5} \qquad m = \frac{2}{5}$ É //

TROVO LA LUNGEZZA DI $\overline{MN}$, $\overline{AB}$, $\overline{CD}$

$$\overline{MN} = \sqrt{\left(\frac{7}{2} - 11\right)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{\left(\frac{7-22}{2}\right)^2 + (-3)^2} = \sqrt{\frac{225}{4} + 9}$$

$$= \sqrt{\frac{225 + 36}{4}} = \sqrt{\frac{261}{4}}$$

261	3
87	3
29	STOP

$= \frac{3}{2}\sqrt{29}$

$\overline{AB} = \sqrt{(-10)^2 + (-4)^2} = \sqrt{116}$ $\quad$ $\overline{CD} = \sqrt{(5)^2 + (2)^2} = \sqrt{29}$

$\llcorner\ 2\sqrt{29}\ \lrcorner$

116	2
58	2
29	STOP

$\Rightarrow \overline{AB} + \overline{CD} = 2\sqrt{29} + \sqrt{29} = 3\sqrt{29}$ SOMMA

SEMISOMMA $\frac{3\sqrt{29}}{2}$ C.V.d.

CON I FASCI

Considera il triangolo individuato dai centri A, B, C dei tre fasci di rette di equazioni:

F_1 $y = m(x-1)$, $\quad$ F_2 $kx - y + 3k - 1 = 0$, $\quad$ F_3 $y = hx - 4h - 3$.

a. Determina l'area di ABC.

b. Trova per quali valori di m le rette del primo fascio intersecano il triangolo.

c. Determina il valore di m corrispondente alla retta del primo fascio che passa per il baricentro di ABC.

$\left[\text{a) } \frac{15}{2};\ \text{b) } m \leq -1 \vee m \geq \frac{1}{4};\ \text{c) } 4\right]$

TROVO I CENTRI DEI FASCI

F_1

$m = 1 \rightarrow$
$m = 0 \rightarrow$

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow 0 = x - 1 \rightarrow C_1(1 ; 0)$$

F_2

$k = 1 \rightarrow x - y + 3 - 1 = 0$
$k = 0 \rightarrow -y - 1 = 0$

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -1 \end{cases} \quad C_2(-3 ; -1)$$

F_3

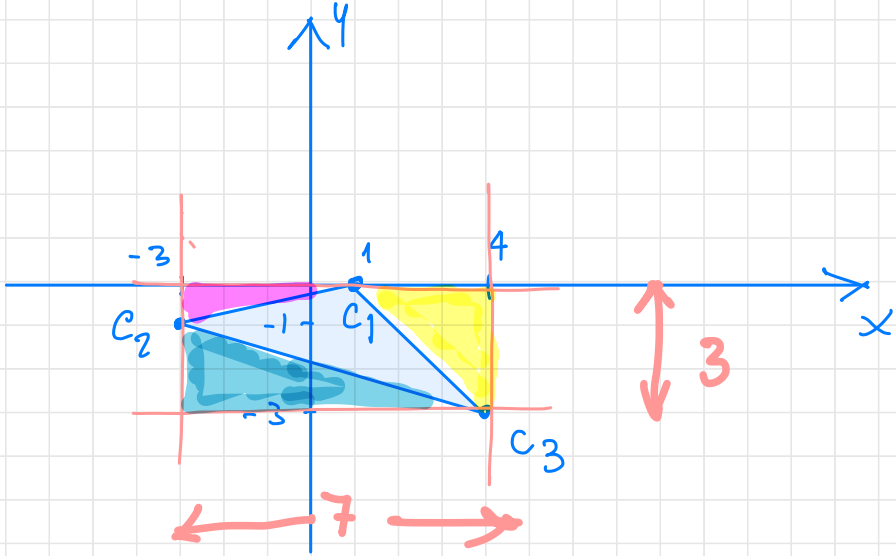
$h = 1 \rightarrow y = x - 4 - 3$
$h = 0 \rightarrow y = -3$

$$\begin{cases} y = x - 7 \\ y = -3 \end{cases} \quad C_3(4 ; -3)$$

TROVO L'AREA

Rettangolo

$A_R = 21$



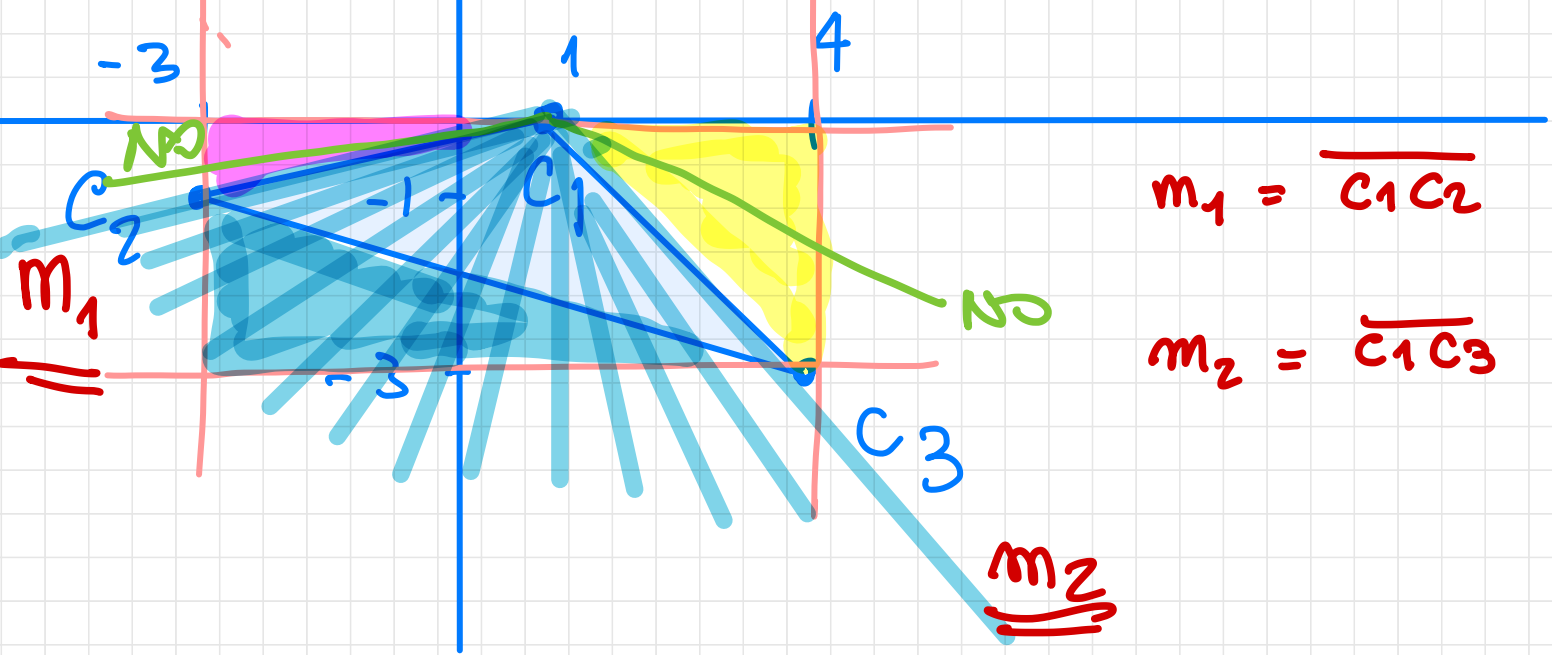
$$\frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{7 \cdot 2}{2} = 7$$

$$\frac{4 \cdot 1}{2} = 2$$

$$\text{Area} = 21 - \frac{9}{2} - 7 - 2 = \frac{42 - 9 - 14 - 4}{2}$$

$$= \frac{15}{2}$$



$m_1 = \overline{C_1C_2}$

$m_2 = \overline{C_1C_3}$

piccolo < m < grande