I PRODOTTI TRA VETTORI

Prodotto scalare e prodotto vettoriale

Marco Braico

F3002

I VETTORI E GLI SCALARI

VETTORE

- INTENSITÁ
- DIREZIONE
- VERSO

SCALARE

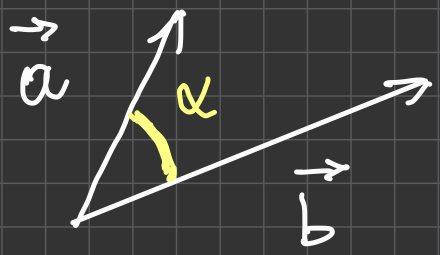
8

È UN NUMERO SEMPLICE

ESEMPIO: $\vec{s}$; $\vec{a}$; $\vec{v}$; $\vec{F}$

t ; L ; P ; m

IL PRODOTTO SCALARE PRODUCE UNO SCALARE "•"



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = c$$

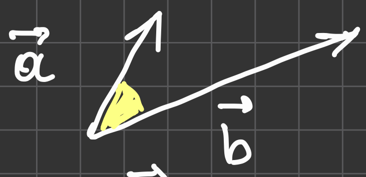
$$|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha = c$$

ESEMPIO: $|\vec{a}| = 7$ $\quad |\vec{b}| = 10$ $\quad \alpha = 60^\circ$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 7 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 35$ NON HA VERSO E DIREZIONE

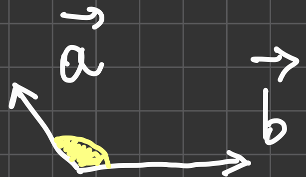
casi particolari :

ANGOLO ACUTO



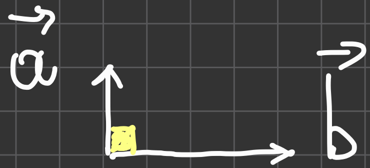
$\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$

ANGOLO OTTUSO



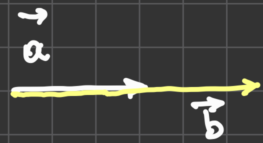
$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$

ANGOLO RETTO



$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

ANGOLO NULLO



$\vec{a} \cdot \vec{b} = |a||b|$ MASSIMO POSSIBILE

PRODOTTO VETTORIALE "X" PRODUCE UN VETTORE

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$$

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

INTENSITA

LA DIREZIONE DI $\vec{c}$ È PERPENDICOLARE AL PIANO CHE CONTIENE $\vec{a}$ e $\vec{b}$

IL VERSO È DATO DALLA REGOLA DELLA MANO DESTRA :

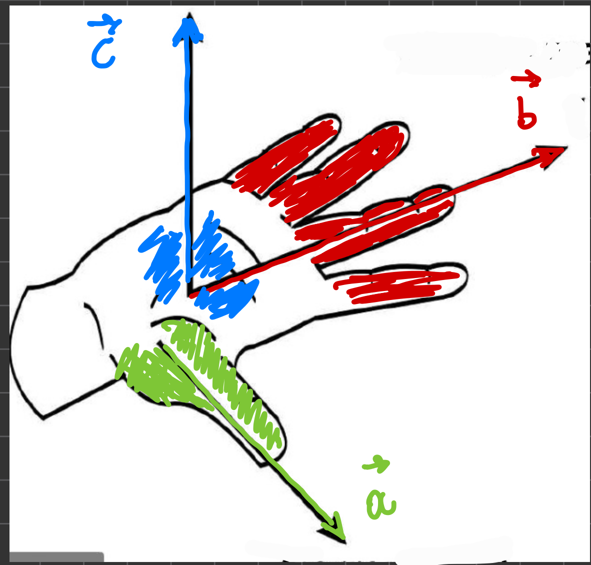
IL PRIMO VETTORE É IL POLLICE ($\vec{a}$) ; IL SECONDO VETTORE E RAPPRESENTATO DALLE ALTRE DITA ($\vec{b}$)

IL RISULTATO ESCE DAL PALMO.

$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$

$\longrightarrow$

IL PRODOTTO VETTORIALE SI LEGGE DA SINISTRA VERSO DESTRA E <u>NON</u> É COMMUTATIVO



POLLICE $\times$ DITA = PALMO

PROPRIETÀ : $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$

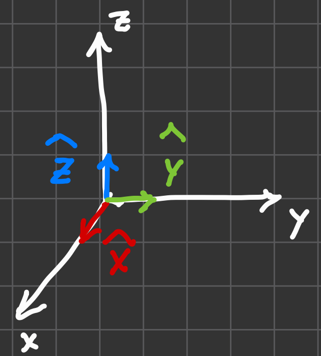
$\vec{b} \times \vec{a} = -\vec{c}$ ANTICOMMUTATIVO

SE I VETTORI SONO PARALLELI, IL LORO PRODOTTO VETTORIALE È NULLO

$(\text{sen } 0° = 0)$

ESEMPI : $\vec{L}$, $\vec{M}$; $\vec{F}_{LORENTZ}$;

IL VERSORE $\hat{z}$ É sull'ASSE z (perpendicolare al piano xy)



$\hat{x} \times \hat{x} = \hat{y} \times \hat{y} = \hat{z} \times \hat{z} = 0$ sono paralleli

RELAZIONE DELLE COMPONENTI : DATI $\vec{A} = a_x \hat{x} + a_y \hat{y} + a_z \hat{z}$; $\vec{B} = b_x \hat{x} + b_y \hat{y} + b_z \hat{z}$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = a_x \cdot b_x + a_y b_y + a_z \cdot b_z$ é uno scalare

$$\vec{A} \times \vec{B} = (a_y b_z - a_z b_y)\hat{x} + (a_z b_x - a_x b_z)\hat{y} + (a_x b_y - a_y b_x)\hat{z}$$

CON UNA COMPOSIZIONE CIRCOLARE

$$\begin{tikzcd}
& \hat{x} \arrow[dr] & \\
\hat{z} \arrow[ur] & & \hat{y} \arrow[ll]
\end{tikzcd}$$